

RACINES CARRÉES

(1) EXPLICATIONS ET EXEMPLES

Si le nombre c , sous la racine carrée, n'est pas un carré parfait, on préfère écrire cette racine sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, avec b le plus petit possible.

Exemple :

$$\sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = \sqrt{100} \times \sqrt{2} = \sqrt{10^2} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

On utilise ici la règle : $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$

On utilise ici la règle : $\sqrt{a^2} = a$

L'intérêt de modifier ainsi l'écriture des racines est, par exemple, de pouvoir simplifier des expressions numériques contenant des racines et des sommes.

Exemple :

$$\sqrt{50} + 6\sqrt{2} = \sqrt{25 \times 2} + 6\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$$

La décomposition en facteurs premiers permet d'écrire le radicant comme un produit de nombres premiers, facilitant la simplification de la fraction.

Exemple :

$$\begin{aligned} \sqrt{504} &= \sqrt{2^2 \times 2 \times 3^2 \times 7} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{7} \\ &= 2 \times \sqrt{2} \times 3 \times \sqrt{7} \\ &= 6 \times \sqrt{2 \times 7} \\ &= 6\sqrt{14} \end{aligned}$$

504	2
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

De plus, on préfère ne pas avoir des fractions contenant des radicaux au dénominateur. Il existe deux techniques permettant de l'éviter.

Exemple :

$$A = \frac{25}{\sqrt{7}} = \frac{25 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{25\sqrt{7}}{7}$$

On multiplie le dénominateur et le numérateur par $\sqrt{7}$.

$$B = \frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+1} = \frac{(3+\sqrt{2}) \times (\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1) \times (\sqrt{5}-1)} = \frac{3\sqrt{5}-3+\sqrt{10}-\sqrt{2}}{5-1} = \frac{3\sqrt{5}-3+\sqrt{10}-\sqrt{2}}{4}$$

On multiplie le dénominateur et le numérateur par $\sqrt{5}-1$.

On obtient ainsi une forme que l'on connaît bien : $(a+b)(a-b)$

(2) EXERCICES

1. Simplifie au maximum les expressions suivantes (a, b, x et $y \in \mathbb{R}_0$) et ne laisse pas de radicaux au dénominateur :

(1) $\sqrt{18} =$

(2) $\sqrt{72} =$

(3) $\sqrt{75} =$

(4) $\sqrt{242} =$

(5) $\sqrt{432} =$

(6) $3\sqrt{28} =$

(7) $4\sqrt{27} =$

(8) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} =$

(9) $\sqrt{54} \cdot \sqrt{8} =$

(10) $3\sqrt{5} \cdot \sqrt{80} =$

$$(11) \ 5\sqrt{12} \cdot \sqrt{24} =$$

$$(12) \ \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} =$$

$$(13) \ \sqrt{3} \times \sqrt{27} \times \sqrt{36} =$$

$$(14) \ \frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} =$$

2. Effectue et simplifie chaque expression :

$$(1) \ \sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75} =$$

$$(2) \ (2\sqrt{3} + 1)(3\sqrt{3} + 3) =$$

$$(3) \ 2\sqrt{45} + \sqrt{20} - 3\sqrt{80} =$$

$$(4) \ \sqrt{81} + 7\sqrt{3} - \sqrt{27} =$$